1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°1 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\frac{x^2+1}{5x^2-4x}$ 2 $f(x)=\frac{|-5x^2+2|}{2x^2-x-6}$ 3) $f(x)=\frac{5x^5-5x-1}{2x^4-3x^2-2}$

4) $f(x)=\sqrt{(x+2)(3x-1)(2x+5)}$ 5) $f(x)=\sqrt{x^2-4}+\sqrt{2x}$ 6) $f(x)=\frac{x-\sqrt{1-3x}}{2|x-1|-|x+5|}$

7) $f(x)=\frac{2\sin^2 x}{\sin(2x)-\cos(3x)}$ 8) $f(x)=\frac{2\sin^2 x+\tan x+1}{\tan x-\sqrt{3}}$

Exercice2 : Soit f la fonction numérique tel que : $\begin{cases} f(x)=\frac{2x-1}{x+2} & si \quad x\le 0 \\ f(x)=\frac{3}{x^2-1} & si \quad x>0 \end{cases}$

Déterminer D_f

Exercice 3 : Soit f la fonction numérique tel que : $f(2x-3)=\begin{cases} x-3 & si \quad x\ge \frac{3}{2} \\ 3x-4 & si \quad x<\frac{3}{2} \end{cases}$

1) Déterminer $f(x)$ en fonction de x 2) Calculer : $f(5)$

Exercice 4 : Soit f une fonction numérique définie de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$ tel que : $\forall(a;b)\in\mathbb{R}^2$; $b^2 f(a)=a^2 f(b)$

Si on sait que : $f(2)\neq 0$ calculer : $\frac{f(5)-f(1)}{f(2)}$

Exercice 5 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :1) $f(x)=\frac{x^2-1}{x}$. 2) $f(x)=x^2+2x+\frac{1}{x}$

3) $f(x)=\frac{|x|}{x^2-1}$ 4) $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ 5) $f(x)=\frac{2x^3}{x^2+5}$. 6) $f(x)=|x|-\sqrt{2x^2+4}$.

7) $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{2}$ 8) $f(x)=\frac{x}{x-2}$ 9) $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$ 10) $h(x)=\frac{\tan^4 x}{1+\sin^2 x}$

Exercice 6 : Soit la fonction définie par : $5f(x)+f(-x)=2x^3-3x$ Pour tout réel x

1) Montrer que : f est une fonction impaire

2) Donner une : expression de $f(x)$: pour tout réel x

Exercice 7 : Soit la fonction définie par : $f(x)=\frac{|x|+1}{2|x|-3}$

(C_f) La courbe de f Dans le repère $(0;\vec{i};\vec{j})$ orthonormé

Montrer que (C_f) symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

Exercice 8 : Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=2x-3 & si \ x\in]-\infty;-2[\\ f(x)=x^3-2x & si \ x\in[-2,2] \\ f(x)=2x+3 & si \ x\in]2;+\infty[\end{cases}$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Etudier la parité de la fonction f et en déduire le domaine d'étude de f

Exercice 9 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T=2$

Tel que : $f(x)=2x-x^2 \quad \forall x\in[0;2[$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-2;8]$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f(4.1)$; $f(-3.5)$; $f(265.11)$

3) Donner l'expression de : $f(x)=2x-x^2$ sur les intervalles : $I_k=[2k;2(k+1)[\ k\in\mathbb{Z}$

Exercice 10 : Les fonction f et g définies respectivement par : $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x+3}}$ et $g(x)=\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+3}}$

Sont-elles égales ?

Exercice 11 : On considère l'ensemble : $A=\left\{k\pi ; \ 2k\pi\pm\frac{\pi}{3} / k\in\mathbb{Z}\right\}$

Soient les deux fonctions définies de A vers $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\sin x$ et $g(x)=\sin 2x$

Montrer que : $f=g$

Exercice 12 : Soit f et g les fonctions numériques tel que : $f(x)=x+1$ et $g(x)=x^2+x+2$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 13 : Soit f et g les fonctions numériques tel que : $f(x)=x^2-3x+5$ et $g(x)=-x^2+2x+2$

Comparer les fonctions f et g sur $\mathbb{R}$

Exercice 14 : Soient les deux fonctions : $f(x)=\frac{1+2x}{1+x}$ et $g(x)=\frac{1-x}{1-2x}$

1) Comparer les fonctions f et g

2) En déduire une comparaison des nombres : $a=\frac{0,9999}{0,9998}$ et $b=\frac{1,0002}{1,0001}$

Exercice 15 : Soit la fonction f définie par : $f(x)=-\frac{1}{2}(|2x+3|+|2x-3|)$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Etudier la parité de la fonction f et en déduire le domaine d'étude de f

3) Simplifier l'écriture de f dans les intervalles $I=\left[0;\frac{3}{2}\right]$ et $J=\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

4) Calculer : $f(0)$; $f\left(\frac{3}{2}\right)$; $f\left(-\frac{3}{2}\right)$; $f(-3)$ et $f(3)$

5) Dresser son tableau de variation sur D_f

6) Tracer la courbe (C_f) dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$ orthonormé

Exercice 16 : Etudier les variations des fonctions définies par :

1) $f(x)=x^2$ 2) $g(x)=-\frac{1}{2}x^2$ 3) $h(x)=2025x^2+5$ 4) $k(x)=\frac{-5}{x}$

Exercice 17 : Soit f une fonction numérique définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}^*$ tel que :
$\forall(a;b)\in\mathbb{R}^2$; $f(a-b)=f(a\times)f(b)$

Montrer que la fonction f est constante sur $\mathbb{R}$

Exercice 18 : Soit f une fonction définie par : $f(x)=\frac{|x|}{\sqrt{4-x^2}}$

1) Etudier la parité de f

2) Soient : $x_1\in D_f$ et $x_2\in D_f$ tel que : $x_1\neq x_2$: Calculer : $(f(x_1))^2-(f(x_2))^2$

3) En déduire les variations de f sur D_f

4) Dresser le tableau de variations de f sur D_f

Exercice 19 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{2x^2+3}{x^2+1}$

1) Déterminer D_f

2) a) Démontrer que : $f(x)\le 3$ si $x\in\mathbb{R}$

b) Est ce que 3 est une valeur maximale de f ?
3) a) Démontrer que f est minorée par 2.
b) Est ce que 2 est une valeur minimale de f. ?

Exercice 20 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{4x+3}{\sqrt{x^2+1}}$

1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $(4x+3)^2\le 25(x^2+1)$

2) En déduire que f est bornée

Exercice 21 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x^2+2x\sqrt{x}+x-4$

1) Démontrer que f admet une valeur minimale
2) Démontrer que f n'est pas majorée

Exercice 22 : une personne a acheté un terrain rectangulaire de périmètre 40 m a un prix
Égal à 200000dh
Déterminer les dimensions de ce terrain pour le prix du mètre carré soit minimale

Exercice 23 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=2x^2-4x+3$

1) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2) Soit g la fonction numérique tel que : $g(x)=x^2-|x(x-2)|-2x+3$

a) Déterminer D_g et écrire $g(x)$ sans le symbole de la valeur absolue

3)Tracer la courbe représentative de (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

4) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $x^2-|x(x-2)|-2x+1=0$

Exercice 24 : On considère les fonctions : $f(x)=x^2-2x$ et $g(x)=\frac{x}{x-2}$ et (C_f) et (C_g) les courbes représentatives des fonctions f et g

1)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2)Déterminer la nature de la courbe (C_g) de g et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de g et dresser le Tableau de variations de g

3)Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec les axes du repère

4)Déterminer les points d'intersection de (C_g) avec les axes du repère

5)Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) Déterminer algébriquement les points d'intersection de (C_f) et (C_g)

7)Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\le g(x)$

8)Soit h la fonction définie par : $h(x)=\frac{|x|}{|x|-2}$

a) Déterminer l'ensemble de définition D_h
b) Montrer que la fonction h est paire
c)Vérifier que $h(x)=g(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}^+-\{2\}$

9)Tracer la courbes (C_h) de h et (C_g) dans un même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

10)Soit K la fonction définie par : $K(x)=|f(x)|$

a) Tracer la courbes (C_K) de K dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

b) Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de

L'équation $K(x)=m$

Exercice 25 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ el que :
$f(x+1)f(x)+f(x+1)+1=f(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$

1)Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x)\neq -1$ et $f(x)(f(x)+1)\neq 0$

2)Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x+1)=\frac{f(x)-1}{f(x)+1}$ et $f(x+2)=\frac{-1}{f(x)}$

3) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x+4)=f(x)$
4)Déduire que f est périodique

Exercice 26 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=2x+3$

1) Déterminer $f^{(2)}(x)=(f\circ f)(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$

2) $\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$ On pose : $f^{(n+1)}(x)=(f\circ f^{(n)})(x)$

Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$: $f^{(n)}(x)=2^n x+3(2^n-1)$

Exercice 27 : Soit f une fonction numérique définie sur $[-1;+\infty[$ par : $f(x)=\sqrt{x^3+1}$

En utilisant les propriétés de la monotonie des fonctions composées
Etudier les variations de f sur $[-1;+\infty[$

Exercice 28 : Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x)=\sqrt{x-3}$ et $g(x)=\frac{x-3}{x+1}$; (C_f) et (C_g)

Les courbes représentatives de f et g
1)a) Déterminer D_f et D_g
b) Déterminer les tableaux de variations de f et g
c) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

2) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\prec g(x)$

3) Déterminer graphiquement le nombre des solutions de l'équation $g(x)=-x$

4) Résoudre algébriquement l'équation $g(x)=-x$

5) Etudier la monotonie de $f+g$ sur : $[3;+\infty[$

6) On pose : $h(x)=(g\circ f)(x)$ $\forall x\in D_h$ a) Déterminer D_h b) Ecrire $h(x)$ en fonction de x

c) Étudier la monotonie de h dans l'intervalle : $[3;+\infty[$

Exercice 29 : 1) Calculer : $E(4.2)$; $E(-3.26)$; $E(\sqrt{3})$; $E\left(\frac{1}{2}\right)$; $E(\pi)$

2) Déterminer : $E\left(3+\frac{1}{n}\right)$ si $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$

Exercice 30 : Soit la fonction F définie par :
$\forall x\in\mathbb{R}$: $F(x)=x-E(x)$ (partie fractionnaire d'un nombre)

1)Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $0\le F(x)\prec 1$ c'est-à-dire montrer que F est bornée

2) Montrer que la fonction F est périodique de période 1.
3) Montrer que : $\forall x\in[0;1[$; $F(x)=x$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $F(x)=0$

5)Tracer (C_f) la représentation graphique de la fonction F sur : $I=[-5;5[$

6)Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $\forall x\in\mathbb{R}$; $E(x)+E(y)\le E(x+y)$

7)Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $\forall x\in\mathbb{R}$; $E(x)+E(y)+E(x+y)\le E(2x)+E(2y)$

Exercice 31 : Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

1) $f(x)=\frac{1}{1-E(x)}$ 2) $f(x)=\frac{x+4}{2E(x)-3}$ 3) $f(x)=\sqrt{x-E(x)}$ 4) $f(x)=\frac{2x-9}{\sqrt{x-E(x)}}$

Exercice 32 : Montrer que : $E\left(2\sqrt{n^2+n+1}\right)$ est impair.

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien