

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF
Série N°2 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

- 1) f(x) = (2x+|x|)/(x+3) - (7x^2-5)/(x-3)
2) f(x) = (2x^5-2023)/(x^2+3x+10)
3) f(x) = (6x^3+|2x|)/(|x-3|-|x+5|)
4) f(x) = (2x-21)/(2x-3*sqrt(x)-2)
5) f(x) = |x^2-6|/sqrt(-2x^2+4x-2)
6) f(x) = sqrt(x-1)/x(2x-1)
7) f(x) = sqrt(2|x-9|-1)
8) f(x) = (2sin x)/(2cos x-1)
9) f(x) = (2sin x)/(tan x - sqrt(3))
10) f(x) = (x^2+5x-1)/(sin x * cos 2x)

Exercice2 : Soit f la fonction numérique définie sur [0; pi] par : f(x) = sqrt(cos x * cos(2x - pi/4))

Déterminer D_f

Exercice3 : Soit f la fonction numérique tel que : f(x) = (4x^3)/(x+1) si x <= 0, f(x) = (2sin x + 1)/(4x^2 - 9) si x > 0

Déterminer D_f

Exercice4 : Soit f la fonction numérique tel que : f((3x-2)/(2x+3)) = (8x+12)/(9x-6)

Calculer : f(1/sqrt(2))

Exercice5 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

- 1) f(x) = sqrt(1-x^2)
2) f(x) = (2x^3)/(x^2+5)
3) f(x) = x^2 + 1/x
4) f(x) = 2sin x - x^3(1-cos x)
5) h(x) = (tan^4 x)/(1+sin^2 x)

Exercice6 : Soit la fonction f définie par : f(x) = 1/2(|x+2|-|x-2|)

- 1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Etudier la parité de la fonction f et en déduire le domaine d'étude de f.
3) Simplifier l'écriture de f dans les intervalles I = [0; 2] et J = [2; +inf[.
4) Dresser son tableau de variation sur D_f
5) Soit (C_f) la courbe de f.
a) Est ce que les points A(2; 2) et B(1; 2) et c(3; 5) et D(3; 2) appartiennent à la courbe (C_f)
b) Tracer la courbe (C_f) dans un repère : (0; i; j) orthonormé.

PROF: ATMANI NAJIB

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice7 : Soit la fonction définie par : f(x) = (|x-2|+|x+2|+cos x)/(2025|x|-2026)

(C_f) La courbe de f Dans le repère (0; i; j) orthonormé

Montrer que (C_f) symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

Exercice8 : Les fonction f et g définies respectivement par : f(x) = sqrt(2x-1)/x et g(x) = sqrt(2x-1)/sqrt(x)

Sont-elles égales ?

Exercice9 : Soient les deux fonctions définies de [1; +inf[vers R par : f(x) = sqrt(x+2*sqrt(x-1)) + sqrt(x-2*sqrt(x-1)) et

g(x) = { 2 si 1 <= x <= 2, 2*sqrt(x-1) si x > 2

Montrer que : f = g

Exercice10 : Etudier la position relative de la courbe de f par rapport à la courbe de g où :

f(x) = x + 1/(x+1) et g(x) = x+1

Exercice11 : Montrer que la fonction f : x -> x - E(x) est périodique de période 1.

Exercice12 : Soit f une fonction numérique définie sur R et périodique de période T = 2

Tel que : f(x) = 2x-1 for x in [-1; 1]

1) Tracer la représentation graphique de la fonction f sur [-3; 5] dans un repère (0; i; j)

2) Calculer : f(-1); f(0); f(1/2); f(1); f(2); f(2026)

Exercice13 : Soit f une fonction numérique tel que : f(x) = -x^2 + 4x + 3

- 1) Préciser le domaine de définition de f
2) Calculer le taux d'accroissement de fonction de f entre x1 et x2 tel que : x1 != x2
3) Etudier la monotonie de f sur : I = [2; +inf[et sur J =]-inf; 2]
4) Dresser le tableau de variation de f
5) En déduire les extrémums de f sur R
6) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère
7) Soit g la fonction définie sur R par : g(x) = 2x

Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère (0; i; j)

8) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : f(x) = g(x)

9) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation : f(x) > g(x)

Exercice 14 : Etudier les variations des fonctions définies par :

- 1) f(x) = x^3
2) g(x) = -1/4 * x^3
3) h(x) = 2026x^3 - 2025
4) k(x) = 2024/x

Exercice15 : Soit f une fonction définie sur R par : f(x) = (x|x|)/(x^2+4)

- 1) Etudier la parité de f
2) Étudier les variations de f sur R+

PROF: ATMANI NAJIB

- 3) En déduire les variations de f sur R-
4) Dresser le tableau de variations de f sur R

Exercice 16 : Soit f une fonction définie sur R tel que : f(x) = x*sqrt(x^2+1) - x^2

1) Développer (sqrt(x^2+1) - x)^2

2) Démontrer que f est majorée par 1/2

Exercice 17 : Soit f une fonction définie sur R tel que : f(x) = x - 1 + sqrt(x^2 + 2x + 3)

Démontrer que f est minorée par -2

Exercice18 : Soit f une fonction définie sur R tel que : f(x) = (x-x^2)/(x^2+1)

1) Montrer que : |x|/(x^2+1) <= 1/2

2) Démontrer que f est bornée sur R

Exercice 19 : Soit f une fonction numérique tel que : g(x) = -x^2 + 3x + 4

Montrer que g admet une valeur maximale sur R qu'il faut déterminer.

Exercice 20 : Soit f une fonction numérique définie sur]1; +inf[par : f(x) = (sqrt(x)-2)/(sqrt(x)+2)

- 1) Déterminer D_f
2) Démontrer que -1 est la valeur minimale de f
3) Démontrer que f est majorée par 1 et est-ce que 1 est une valeur maximale de f ?

Exercice 21 : Soit les fonctions f et g définies par : f(x) = 1/(sqrt(x^2-x)) et g(x) = x^2/(x^2+1)

1) Déterminer : D_f et D_g

2) Déterminer la fonction g o f

3) Déterminer la fonction f o g

Exercice 22 : Soit les fonctions f et g définies par :

f(x) = { 5x-4 si x <= 3, 3 si x > 3 } et g(x) = { x^2-10 si x > 1, x-5 si x <= 1 }

PROF: ATMANI NAJIB

Calculer : (f o g o f)(7)

Exercice 23 : Soit si contre :

(C_f) La courbe représentative d'une fonction f

1) Déterminer des valeurs de x si on sait que :

(f o f)(2x-1) = 2

2) Calculer : g(2) si on sait que :

(g o f)(x) = (x^3 - 3x^2 + 10)/(x+1)

Exercice 24 : Soit h une fonction numérique définie

R par : h(x) = sqrt(x^2+2)

En utilisant les propriétés de la monotonie des fonctions composées

Etudier les variations de h

Exercice 25 : Soient f et g deux fonctions définies par : g(x) = sqrt(x-1) et f(x) = -x^2 + 2x + 1 et (C_f) et

(C_g) Les courbes représentatives de f et g

- 1) Vérifier que : (C_f) et (C_g) se coupent en : A(2; 1)
2) Déterminer les tableaux de variations de f et g
3) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un même repère (0; i; j)
4) Résoudre graphiquement l'inéquation x^2 - 2x - 1 + sqrt(x-1) < 0
5) Déterminer graphiquement les images de [0; 1] et [1; 2] par f
6) On considère la fonction h tel que : h(x) = sqrt(-x^2+2x)

a) Déterminer D_h

b) Vérifier que : h(x) = (g o f)(x) for all x in D_h

c) Étudier la monotonie de h dans : [0; 1] et [1; 2]

Exercice 26 : Soient f et g deux fonctions définies par : g(x) = x^3 et f(x) = (9x-10)/(2x-3)

(C_f) ; (C_g) Les courbes représentatives de f et g

- 1) Montrer que : A(1; 1) et B(2; 8) sont des points d'intersections de (C_f) et (C_g)
2) Étudier les variations de f et donner son tableau de variation.
3) Déterminer le tableau de variations de g
4) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un même repère (0; i; j)
5) Résoudre graphiquement sur R l'inéquation : (9x-10)/(2x-3) <= x^3

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice 27 : Soit la fonction f définie par : for all x in R : f(x) = E(1/2(x+3)) - 5

1) Calculer : f(6)

2) Résoudre dans R l'équation suivante : f(x) = 5

Exercice 28 : 1) a) Montrer que : for all x in R ; for all p in Z : E(x) = p <= x < p + 1

b) Montrer que : for all x in R : E(x) = x <= x in Z

2) Montrer que : x - 1 < E(x) <= x ; for all x in R

3) a) Montrer que : E(-x) = -E(x) - 1 ; for all x in R - Z

b) Montrer que : E(x+p) = E(x) + p ; for all x in R for all p in Z

c) Montrer que : for all x in R for all p in N* : E(E(px)/p) = E(x)

4) Calculer : a) E(n+1/n) si n in N* b) E(n^2+2n+4/(n+1)) for all n in N c) E(sqrt(n^2+n)) for all n in N

5) Résoudre dans R les équations suivantes :

- a) E(5x+3) = 4
b) E(x^2) = x
c) E((2x+3)/5) = (x-1)/2

Exercice 29 : Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

- 1) f(x) = 1/(2025-E(x))
2) f(x) = (x^2+sin x)/(2025E(x)-2026)
3) f(x) = cos x * sqrt(x-E(x))
4) f(x) = (3x^2-6cos x)/(sqrt(x-E(x)))

Exercice 30 : Soit f une fonction numérique définie par : f(x) = (x-E(x))/(x+1-E(x))

1) Déterminer D_f = R

2) Montrer que la fonction f est périodique de période 1

3) Donner une expression simple de f(x) sur l'intervalle : I = [0; 1]

4) Tracer la représentation graphique de la fonction sur [-3; 3] cap D_f dans un repère (0; i; j)

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

