1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°3 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Soit f une fonction numérique définie de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=ax^7+bx^3+cx-5$

Si on sait que : $f(-7)=7$ calculer : $f(7)$

Exercice2 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\frac{-x+8}{4x^2-9}$ 2) $f(x)=\frac{-2x+6}{|x^2-2x+3|-2}$ 3) $f(x)=\sqrt{x^2-3x+2}$

4) $f(x)=\sqrt{\frac{2x+6}{x^2-4x-96}}$ 5) $f(x)=\sqrt{|x+1|-1}$ 6) $f(x)=\frac{2\sin 3x-\cos x}{2\sin x-\sqrt{2}}$

Exercice3 : Soit f la fonction numérique définie sur $[-\pi\,;\pi]$ par : $f(x)=\sqrt{3\tan x-\sqrt{3}}$

Déterminer D_f

Exercice4 : Soit f la fonction numérique tel que : $\begin{cases} f(x)=\frac{x-1}{x+2} & si \quad x\le 0 \\ f(x)=\frac{x^2}{(x+1)(4-x)} & si \quad x\succ 0 \end{cases}$

1) Déterminer D_f 2) Calculer : $f(2)$; $f(0)$; $f(-1)$

Exercice5 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=|x|-\sqrt{2x^2+4}$ 2) $g(x)=(2+x)^2-(2-x)^2$ 3) $h(x)=\sqrt{x-1}$ 4) $k(x)=\frac{2\sin x}{1-\cos x}$

Exercice6 : Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=-3x+2 \;\; si \;\; x\in\left]-\infty;-1\right[\\ f(x)=x^2-2|x| \;\; si\, x\in[-1,1] \\ f(x)=3x+2 \;\; si\, x\in\left]1;+\infty\right[\end{cases}$

1) Déterminer une définition plus simplifiée de f
2) Etudier la parité de la fonction f et en déduire le domaine d'étude de f

Exercice7 : Soient les fonctions :

$f:\{-1;0\}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto 1+x$; $g:\{-1;0\}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto\sqrt{1-x^2}$; $h:\{-1;0\}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto -1+\sqrt{4+2x-x^2}$ et $k:\{-1;0\}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto 1-\sqrt{-2x-x^2}$

Comparer les fonctions f ; g ; h et k

Exercice8 : Soit f et g les fonctions numériques tel que : $f(x)=x$ et $g(x)=\frac{1}{x}$

Comparer les fonctions f et g .

Exercice9 : 1) Tracer la représentation graphique de la fonction f tel que : $f(x)=|x-2|+|x+2|$

2) Etudier les variations de f et dresser le tableau de variation de f et déterminer les extremums de f

Exercice10 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-x^2-2x+1$

1)Préciser le domaine de définition de f

2)Calculer le taux d'accroissement de fonction de f entre x_1 et x_2 tel que : $x_1\ne x_2$

3)Etudier la monotonie de f sur : $I=\left[-1;+\infty\right[$ et sur $J=\left]-\infty;-1\right]$

4)Dresser le tableau de variation de f

5) a) En déduire que : pour tout $x\in\mathbb{R}$ On a : $f(x)\le 2$

b) En déduire que : pour tout $x\in\left[-1;\frac{1}{2}\right]$ On a : $-\frac{1}{4}\le f(x)\le 2$

c) En déduire que : pour tout $x\in[-3;-1]$ On a : $-2\le f(x)\le 2$

6)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

7)Soit g la fonction définie sur R par : $g(x)=-x-1$

Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

8)Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$

9) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $g(x)<f(x)$

10) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $-x^2-2x+m-1=0$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice11 : Soit la fonction définie sur $[-3;3]$

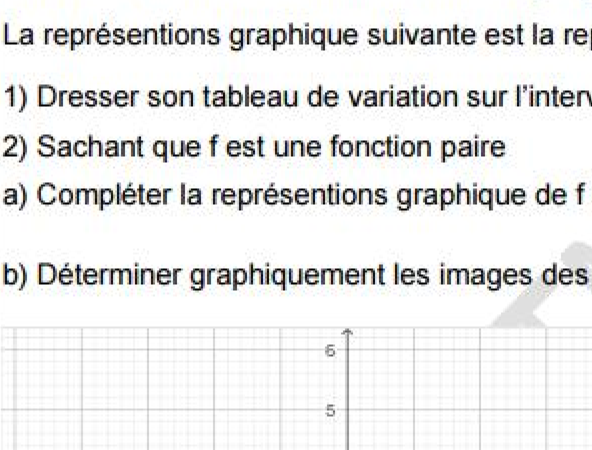
La représentions graphique suivante est la représentions de f sur l'intervalle : $[0;3]$

1) Dresser son tableau de variation sur l'intervalle : $[0;3]$

2) Sachant que f est une fonction paire

a) Compléter la représentions graphique de f sur l'intervalle : $[-3;3]$

b) Déterminer graphiquement les images des intervalles : $[-3;3]$ et $\left[1;\frac{5}{2}\right]$ par la fonction f



Exercice12 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=\frac{\sin x\cos x}{2\cos x+1}$

1) Déterminer D_f et étudier la parité de f

2) Vérifier que f est périodique et 2π est une période de f

3) En déduire un domaine d'étude de f : D_E

Exercice13 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T=1$
Tel que : $f(x)=x \quad \forall x\in\left[0;1\right[$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction sure : $I=\left[-5;5\right[$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f(6,1)$; $f(-10,5)$; $f(2025,12)$

3) Donner l'expression de : $f(x)$ sur les intervalles : $I_k=\left[k;k+1\right[\; k\in\mathbb{Z}$

Exercice14 : Soit f une fonction tel que : $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$

1) Etudier la parité de f

2) Étudier les variations de f sur $I=[0,1]$ et sur $J=\left[1;+\infty\right[$

3) En déduire les variations de f sur D_f

4) Dresser le tableau de variations de f sur D_f

5) Déduire que f est bornée sur D_f

Exercice15 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{2x^2+4x+3}{x^2+2x+2}$

1) Déterminer D_f

2) Démontrer que f est minorée par 1.
3) Démontrer que f est majorée par 2 .Conclure

Exercice16 : Soit f une fonction numérique définie sur $\left]1;+\infty\right[$ par : $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}{x-1}$

1) Etudier le signe de f

2) a) Démontrer que f est majorée par $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

b) Est ce que $\frac{\sqrt{2}}{4}$ est une valeur maximale de f ?

Exercice17 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x^2+2x\sqrt{x}+x-4$

Démontrer que : -4 est une valeur minimale de f sur $\mathbb{R}^+$

Exercice18 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-x^2+x$

Démontrer que f est majorée sur $\mathbb{R}$.
1) a) Démontrer que f est majorée sur $\mathbb{R}$.
b) Est ce que f admet une valeur maximale ?
2) Démontrer que f est non minorée

Exercice19: Etudier les variations des fonctions définies par :

1) $f(x)=-5x^3+2021$ 2) $h(x)=-\frac{\sqrt{2}}{x}$

Exercice20 : Soit les fonctions f et g définies par : $g(x)=\frac{x}{x+2}$ et $f(x)=\frac{x+3}{x+1}$

On pose : $h(x)=(g\circ f)(x)$

1) Déterminer D_h 2) Déterminer : $h(x)$

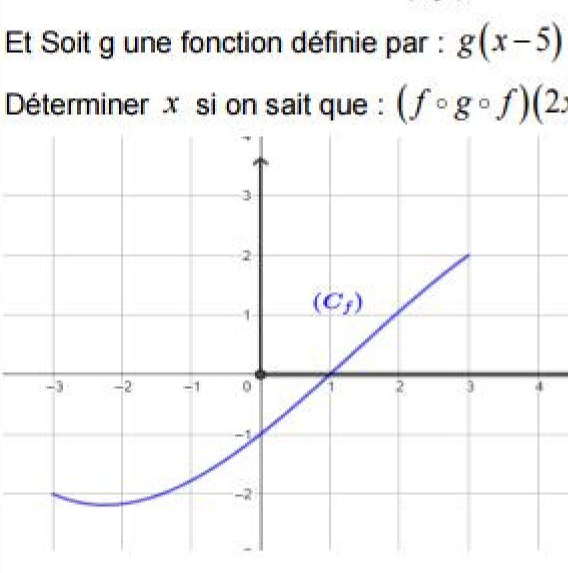
3) Soit la fonctions k définie par : $k(x)=\frac{x+3}{3x+5}$

Les fonctions h et k sont-elles égales ?

Exercice21 : Soit si dessous : (C_f) La courbe représentative d'une fonction f

Et Soit g une fonction définie par : $g(x-5)=x$

Déterminer x si on sait que : $(f\circ g\circ f)(2x)=2$



Exercice22 : Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x)=x^2-2x-3$ et $g(x)=-\frac{x+1}{x-1}$

(C_f) ; (C_g) Les courbes représentatives de f et g.

1) Donner le tableau de variations de f et g

2) a) Vérifier que : (C_f) et (C_g) se coupent en : $A(-1;0)$ et $B(2;-3)$

b) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

3)Soit h la fonction définie sur $[-1;3]$ par : $h(x)=\frac{-x^2+2x+2}{x^2-2x-4}$

a) Vérifier que : $h(x)=(g\circ f)(x) \quad \forall x\in[-1;3]$

b) Etudier la monotonie de h dans les intervalles : $[-1;1]$; $[1;3]$ puis dresser le tableau de variations de h sur : $[-1;3]$

Exercice23 : Soient f et g deux fonctions numériques définies par :
$f(x)=x^2-2x+2$ et $g(x)=\sqrt{x+1}$

1) Dresser le tableau de variation de f et de g

2)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère

3) Soit : h une fonction numérique définie sur $\left[0;+\infty\right[$ par : $h(x)=x+3-2\sqrt{x+1}$

a) Vérifier que : $h(x)=(f\circ g)(x)$; $\forall x\in\left[0;+\infty\right[$

b) En déduire les variations de h sur $\left[0;+\infty\right[$

c) Soit : $a\in\left[1;+\infty\right[$; Montrer que : $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}\le\frac{1}{2}$

Exercice 24 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=(x-E(x))(E(x)-x+2)$

1) Calculer : $f\left(\frac{2023}{2}\right)$

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x)=x$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $f(x)\le 2x+1$

3) Montrer que 1 est une période pour la fonction f

4) Simplifier l'expression de : $f(x)$ sur l'intervalles : $I_1=\left[0;1\right[$

5)Tracer la représentation graphique de la fonction f sur $[-3;3]$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

6) Résoudre dans $[-3;3]$ les équations suivantes : a) $f(x)=0$ b) $f(x)=1$ c) $2f(x)=3$

Exercice 25 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=x^2+E\left(\frac{1}{1-E(x^2)}\right)$

1) Déterminer D_f

2) Donner une expression de : $f(x)$ sur l'intervalle : $I=\left]-1;1\right[$ et $J=\left]-\infty;-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2};+\infty\right[$

3) Tracer la représentation graphique de la fonction dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

4) Discuter graphiquement selon les valeurs de m le nombre de racines de l'équation : $f(x)=m$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien