1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°4 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice 1 : Soit la fonction numérique f définie par : $f(x)=\frac{1}{|x|+1}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f

2) Calculer les images de : 0 ; 1 ; -1 et -2 par f.

2) Les nombres : 0 ; $\frac{1}{2}$; 1 et 2 ont-ils des antécédents par f ? si oui, trouver ces antécédents

3) Montrer que 1 est un maximum de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 2 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\frac{x^2+2x}{x^3-5x}$ 2) $f(x)=\frac{-x^2+2006}{|x+2|+1}$ 3) $f(x)=\frac{x-2}{2x^2-3x-2}-\frac{x^2}{2x^2+13x+6}$

4) $f(x)=\frac{2x^2-2}{(3|x-5|-2|4-3x|)\sqrt{x+1}}$ 5) $f(x)=\sqrt{3-|-x+1|}$ 6) $f(x)=\sqrt{\frac{5(7x+5-6x^2)}{-3(1-x)^2}}$

7) $f(x)=\frac{2\cos x}{2\sin x+1}$. 8) $f(x)=\frac{1}{2025\cos x-2026}$

Exercice 3 : Soit f la fonction numérique tel que : $\begin{cases} f(x)=\frac{3x+1}{\sqrt{x+2}} & si \quad x\leq 1 \\ f(x)=\frac{x^2}{2x-1} & si \quad x>1 \end{cases}$

Déterminer D_f

Exercice 4 : Soient les deux fonctions : $f(x)=\frac{1+2x}{1+4x}$ et $g(x)=\frac{1-4x}{1-2x}$

1) Comparer les fonctions f et g

2) En déduire les positions de (C_f) et (C_g) les courbes représentatives respectives de f et g

3) En déduire une comparaison des nombres : $A=\frac{1{,}0000002}{1{,}0000004}$ et $B=\frac{0{,}9999996}{0{,}9999998}$

Exercice 5 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=\frac{x|x|}{x^2-1}$ 2) $f(x)=\frac{1+x}{1+x^2}$ 3) $T(x)=|2-x|+|x+2|$

Exercice 6 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=|x-2|-3$

Etudier les variations de f et dresser le tableau de variations de f et déterminer les extremums de f

Exercice 7 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x^2+2x+1$

1) Préciser le domaine de définition de f

2) Soient $x_1\in\mathbb{R}$ et $x_2\in\mathbb{R}$ tel que : $x_1\neq x_2$ Montrer que : $T(x_1;x_2)=\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=x_1+x_2+2$

3) a) Montrer que f est strictement croissante sur $[-1;+\infty[$

b) Montrer que f strictement décroissante sur $]-\infty;-1]$

4) Dresser le tableau de variation de f

5) a) En déduire que : pour tout $x\in\mathbb{R}$ On a : $0\leq f(x)$

b) En déduire que : pour tout $x\in[-1;3]$ On a : $0\leq f(x)\leq 16$

c) En déduire que : pour tout $x\in[-5;-2]$ On a : $1\leq f(x)\leq 16$

6)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

7)Soit g la fonction définie sur R par : $g(x)=x+3$

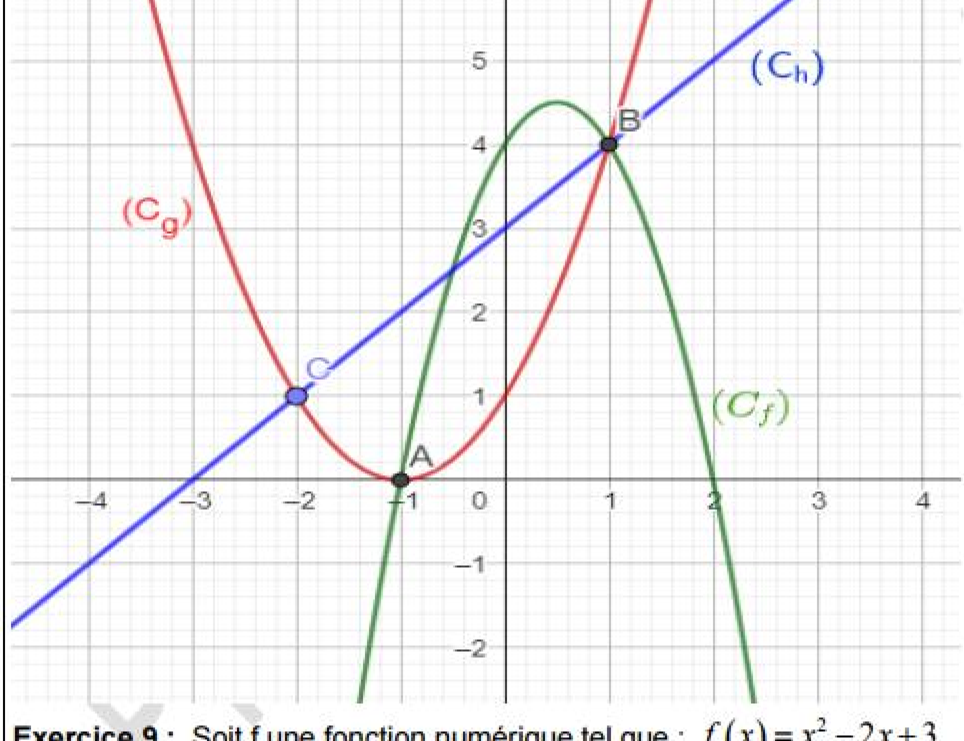
Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

8)Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$

9) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $g(x)<f(x)$

10) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $-x^2-2x+m-1=0$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice 8 : Soient f ; g et h trois fonctions définies par Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) et (C_h) si dessous : Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{g(x)\times h(x)}{f(x)}\geq 0$



Exercice 9 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x^2-2x+3$

1)a) Démontrer que f est minorée. b) Est ce que f admet une valeur minimale ?

2) Démontrer que f est non majorée.

Exercice 11 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{2x}{x^2+1}$

Montrer que : f est bornée

Exercice 12 : Montrer que la fonction : $f(x)=\sin 2x-2\cos\left(\frac{x}{2}\right)$ est périodique de période 4π.

Exercice 13 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T=1$

Tel que : $f(x)=x^2 \quad \forall x\in[0;1[$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction sure : $I=[-3;3]$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f(2{,}1)$; $f(-100{,}5)$; $f(2030{,}2)$

3) Donner l'expression de : $f(x)$ sur les intervalles : $I_k=[k;k+1[\ k\in\mathbb{Z}$

Exercice 14 : Etudier les variations des fonctions définies par :

1) $g(x)=-\frac{x^3}{2026}-2030$ 4) $h(x)=-\frac{6}{x}+2000$

Exercice 15 : Soit les fonctions f et g définies par : $f(x)=x^2-x$ et $g(x)=\frac{x-1}{x-2}$

1) Déterminer : D_f ; D_g et $D_{f\circ g}$ 2) Déterminer : $(f\circ g)(x)$; $\forall x\in D_{f\circ g}$

Exercice 16 : Soient f et g les trois fonctions définies par : $f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$ et $g(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x-1$

1) Donner le tableau de variations de f et g

2) Soit h la fonction définie par : $h(x)=(f\circ g)(x)$

a) Déterminer D_h

b) Calculer : $h(x)=(f\circ g)(x) \quad \forall x\in D_h$

3) Etudier les variations de h sur les intervalles : $]-\infty;0[$; $]0;2]$; $[2;4[$ et $]4;+\infty[$

Exercice 17 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=3x-6\sqrt{x-1}+8$

1) a) Déterminer D_f

b) Démontrer que f admet une valeur minimale en 2 sur D_f

2) Soit g une fonction numérique tel que : $g(x)=\sqrt{x-1}$

a) Dresser le tableau de variation de g

b) Représenter (C_g) La courbe représentative de g dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ et déterminer :

$g([1;2])$ et $g([2;+\infty[)$

c) Déterminer la fonction polynôme du second degré h tel que : $\forall x\in[1;+\infty[$; $f(x)=(h\circ g)(x)$

Puis étudier les variations de f

Exercice 18 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{x^4-1}{x^4+1}$

1) Etudier la parité de f

2) Montrer que f est majorée par 1 est minorée par -1

3)Soit g une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}-\{-1\}$ par : $g(x)=\frac{x-1}{x+1}$

a) Donner le tableau de variation de g :

b) Déterminer : $g([0;2[)$

4) Soit h une fonction numérique tel que : $h(x)=x^4$

a) Etudier les variations de h sur $\mathbb{R}^+$

b) Vérifier que : $f=g\circ h$ et en déduire les variations de f sur $\mathbb{R}^+$

c) Donner le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 19 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=\frac{1}{x-E(x)}$

1) Calculer : $f(1{,}5)$; $f(-2{,}75)$

2) Déterminer D_f

3) Vérifier que 1 est une période pour la fonction f

3) Donner une expression simple de : $f(x)$ sur l'intervalle : $I_1=]0;1[$

4) Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-3;3]\cap D_f$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

Exercice 20 : Soit la fonction f définie par : $\forall x\in\mathbb{R}: f(x)=E(x)$ (partie entière d'un nombre)

1) Montrer que : La partie entière est une fonction croissante.
2) La fonction partie entière est-elle strictement croissante.
3) Montrer que : La partie entière est une fonction non injective
4) Montrer que : La partie entière est une fonction non surjective
5) Montrer que : $f(\mathbb{R})=\mathbb{Z}$

Exercice 21 : Soit la fonction f tel que : $f(x)=xE\left(\frac{1}{x-1}\right)$

1)Déterminer : D_f

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x)=0$

3)a) Montrer que : $f(x)=-x$; $\forall x\in]-\infty;0]$

b) Simplifier : $f(x)$ si $x\in\left]0;\frac{1}{2}\right]$ et aussi si $x\in\left]\frac{3}{2};2\right]$

4)Tracer (C_f) la représentation graphique de la fonction f sur : $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

5) a) Calculer : $f\left(\frac{1}{n}\right)$ si $n\in\mathbb{N}^*$ b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x)=1$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $f(x)\succ 1$

Exercice 22 : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}^+$; $E\left(\sqrt{x}\right)=E\left(\sqrt{E(x)}\right)$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien