1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°6 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice 1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{-2\sqrt{3-4x}+6}{2x^2-3x+1}$ 2) $f(x)=\dfrac{\sqrt{4x^2-8x+3}}{x-3}$ 3) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-8}{x^6-7x^3-8}$

4) $f(x)=\sqrt{6x^3+25x^2+21x-10}$ 5) $f(x)=2026x-5\tan x$

Exercice 2 : Soit la fonction f définie par: $f(x)=\dfrac{x^3}{|x+2|-|x-2|}$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Etudier la parité de la fonction f
3) Donner une interprétation graphique

Exercice 3 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-x^2+3x+5$

1)a) Démontrer que f est majorée.
b) Est ce que f admet une valeur maximale ?
2) Démontrer que f est non minorée.

Exercice 4 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}-\{-1\}$ et périodique de période $T=1$

Tel que : $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$ si $x\in[0;1[$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction sure : $[-3;3]\cap D_f$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f(0,5)$; $f(-10,5)$; $f(2027,01)$

3) Donner l'expression de : $f(x)$ sur les intervalles : $I_k=[k;k+1[$ $k\in\mathbb{Z}$

Exercice 5 : Soit g une fonction numérique tel que : $g(x)=-x^2+4x-1$

1)Préciser le domaine de définition de g

2)Calculer le taux d'accroissement de fonction de f entre x_1 et x_2 tel que : $x_1\neq x_2$

3)Etudier la monotonie de g sur : $I=[2;+\infty[$ et sur $J=]-\infty;2]$

4)Dresser le tableau de variation de g

5)En déduire les extrémums de g sur $\mathbb{R}$

6)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

7)Soit f la fonction définie sur R par : $f(x)=x-1$

Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

8)Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$

9) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $g(x)>f(x)$

10) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation :
$x^2-4x+m+1=0$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice 6 : Soit f une fonction numérique définie par :

$$\begin{cases}(1)\ f \text{ est non constante}\\ \forall(x;y)\in\mathbb{R}^2 : f(x+y)=\dfrac{f(x)+f(y)}{1+f(x)\times f(y)}\end{cases}$$

1)Montrer que : $f(0)(f(0)-1)(f(0)+1)=0$

2)Montrer que : $(f(0)-1)(f(0)+1)\neq 0$

3)Déduire que f est impaire

4) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $\dfrac{2x}{1+x^2}\leq 1$

5)Déduire que f est majoré par 1 et minoré par -1

Exercice 7 : Soient les deux fonctions : $f(x)=x^2+x-3$ et $g(x)=x^2+6x-1$

1) Comparer les fonctions f et g

2) En déduire les positions de (C_f) et (C_g) les courbes représentatives respectives de f et g

Exercice 8 : À partir du tableau de variation ci-dessous, recopier et compléter les égalités ou inégalités suivantes en justifiant :

1) a) $f(4,3).....f(5,5)$ b) $f(-8,7).....f(-8,3)$ c) $f(1).....f(3)$

2) Peut-on comparer l'image des nombres $-5,4$ *et* $4,4$? Justifier.

3) Peut-on comparer l'image des nombres $-0,1$ *et* $4,9$? Justifier.

x	-9		-8	-4	0	4	6	7	9
$f(x)$	-9	$\longrightarrow$	-9 $\nearrow$	0 $\nearrow$	9 $\searrow$	0 $\nearrow$	3 $\searrow$	0 $\searrow$	-3

Exercice 9 : Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{x}{x^3+2}$:

1) Soient : $x_1\in\mathbb{R}^+$ et $x_2\in\mathbb{R}^+$ deux réels tel que : $x_1\neq x_2$

Monter que : $T(x_1;x_2)=\dfrac{2-x_1\times x_2(x_1+x_2)}{(x_1^3+2)(x_2^3+2)}$

2) En déduire les variations de f sur $I=[0,1]$ et sur $J=[1;+\infty[$

3) Monter que : la fonction f est bornée sur $[2,4]$

Exercice 10 : Soient f et g les deux fonctions définies par : $f(x)=\dfrac{5x-11}{4x-4}$ et $g(x)=x^2-2x-1$

(C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2)Déterminer la nature de la courbe (C_g) de g et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de g et dresser le Tableau de variations de g

3)a) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses

b) Trouver les points d'intersections de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses

4) a) Déterminer a ; b et c tel que : $x\in D_f$: $g(x)-f(x)=\dfrac{(x+1)(ax^2+bx+c)}{4x-4}$

b) Déterminer les points d'intersections de (C_f) et (C_g)

5)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère en précisant les points d'intersections

6) Déterminons graphiquement l'image des intervalles suivants par g : $[-1,1]$; $[1;+\infty[$

7)a) Résoudre graphiquement l'inéquation : $g(x)\succ f(x)$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\times g(x)\geq 0$

8) Soit la fonction définie par : $h(x)=|g(x)|$

Tracer La courbes représentatives (C_h) de h dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ (avec une autre couleur)

Exercice 11 : Soient f et g les deux fonctions définies par : $f(x)=\dfrac{1}{3}(x^2-4x+6)$ et $g(x)=\sqrt{x}$

(C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

3) a) Vérifier que : $g(1)=f(1)$ et $g(4)=f(4)$

b) Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère en précisant les points d'intersections

4) Déterminer graphiquement l'image des intervalles suivants par g : $[1;4]$; $[2;+\infty[$

5) Résoudre graphiquement l'inéquation : $x^2-4x+3(2-\sqrt{x})<0$

Exercice 12 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{|x|}{x^3+x}$

1) a) Déterminer D_f b) Etudier la parité de f

2) Montrer que f est décroissante sur $]0;+\infty[$ et en déduire les variations de f dans $]-\infty;0[$

3) Montrer que : $0<f(x)<1$; $\forall x\in]0;+\infty[$

4) Soit g une fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ tel que : $g(x)=\dfrac{x^4+2x^2+1}{x^4+2x^2+2}$

a) Montrer que : $g(x)=(f\circ f)(x)$; $\forall x\in]0;+\infty[$

b) En déduire les variations de g dans $]0;+\infty[$

Exercice 13 : Soient f et g deux fonctions numériques définies par : $f(x)=\dfrac{1}{4}(x^2-2x)$ et $g(x)=\sqrt{x}$

1) Dresser le tableau de variation de f

2) Calculer $f(0)$; $f(2)$; $f(4)$ et $g(4)$

3)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère

4) Résoudre graphiquement l'inéquation : $\dfrac{g(x)}{f(x)}\leq 1$

3) Soit : h une fonction numérique définie sur $[0;+\infty[$ par : $h(x)=\dfrac{1}{4}(x-2\sqrt{x})$

a) Vérifier que : $h(x)=(f\circ g)(x)$; $\forall x\in[0;+\infty[$

b) En déduire les variations de h sur $[0,1]$

Exercice 14 : Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-x+\sqrt{x-E(x)}$

1) Calculer : $f(1)$; $f(4,25)$; $f(-3,6)$

2) Déterminer : D_f

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x)=0$

Exercice 15 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=(x-E(x))^2$

1) Montrer que f est bornée
2) a) Vérifier que 1 est une période pour la fonction f
b) En déduire le domaine d'étude de f
3) a) Donner une expression simple de : $f(x)$ sur l'intervalle : $I_1=[0;1[$

b) Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-3;3]$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

4)Soit g la fonction numérique définie par : $g(x)=\dfrac{1}{(x-E(x))^2}$

a) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $E(x)=x\Leftrightarrow x\in\mathbb{Z}$
b) En déduire le domaine d'étude de g
c) Donner le Tableau de variation de g sur : $]-1;1[$

d)Tracer la représentation graphique de la fonction g sur : $[-3;3[$

Exercice 16 : Considérons la fonction f définie par : $f(x)=x\times\sqrt{\left(1+E\left(\dfrac{1}{x}\right)\right)^2+1}$

1) Déterminer : D_f

2) Montrer que : $\forall x\in]0;+\infty[$: $\sqrt{1+x^2}\prec f(x)\leq\sqrt{1+2x+2x^2}$

3) Montrer que : $\forall x\in]-1;0[$: $-\sqrt{1+x^2}\prec f(x)\leq-\sqrt{1+2x+2x^2}$

4) Montrer que : $\forall x\in]1;+\infty[$: $f(x)=\sqrt{2}x$

Exercice 17 : 1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $E(x)+E\left(x+\dfrac{1}{2}\right)=E(2x)$

2) Calculer : $S=\sum_{k=0}^{n}E\left(\dfrac{x+2^k}{2^{k+1}}\right)$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien