1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°8 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice 1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x-1}-1}{3x^2+6x+5}$ 2) $f(x)=\dfrac{6x-5}{x^4-2x^2+1}$ 3) $f(x)=\sqrt{3x^2+6x+5}+\dfrac{1}{x+1}$

4) $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x+8}{x+1}}$ 5) $f(x)=\dfrac{x}{|2x-4|-|x-1|}$ 6) $f(x)=\dfrac{2x-1}{|x|+x}$

7) $f(x)=2\sin x-3\cos x-1$ 8) $f(x)=\dfrac{2\sin x}{2\cos x-1}$

Exercice 2 : Soit f la fonction numérique tel que : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{2\cos x-x^2}{x+1} & si \quad x\le 0 \\ f(x)=\dfrac{\sin x}{x^2-4} & si \quad x>0 \end{cases}$

Déterminer D_f

Exercice 3 : Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ tel que : $f(4x-1)=\begin{cases} x-1 & si \quad x\ge 1 \\ 2x-5 & si \quad x<1 \end{cases}$

1) Déterminer $f(x)$ en fonction de x

2) Calculer : $f(4)$

Exercice 4 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x}$ 2) $f(x)=\dfrac{|x|}{x^2-1}$ 3) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{2}$

Exercice 5 : Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)+10g(-x)=\dfrac{2x^3}{x^2+1}-\sin x$: $\forall x\in\mathbb{R}$

1) Montrer que : g est une fonction impaire

2) Donner une : expression de $g(x)$: pour tout réel x

Exercice 6 : Soient les deux fonctions : $f(x)=\dfrac{\sqrt{8x^4+8x^2+2}}{\sqrt{4x^2}}$ et $g(x)=\dfrac{1+2x^2}{\sqrt{2}|x|}$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 7 : 1) Pour chaque question, répondre avec une phrase en précisant les intervalles.
a) Quel est le signe de la fonction f ? b) Quels sont les extremums de la fonction g ?
2) Tracer une représentation graphique de f et g sur leurs ensembles de définition.

x	-5	-4	-3	-1	0	1	2	3	5
$f(x)$	2	0	-4	0	3	0	4	0	-2

x	-5	-3	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	-2	0	-4	0	4	0	-1	0	1

Exercice 8 : Soit f la fonction numérique tel que : $f(x)=|2x-4|$

1) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations
2)Tracer la représentation graphique de la fonction f

Exercice 9 : 1) Donner une période des fonctions suivantes :

a) $f:x\to\sin(4x-1)$ b) $g:x\to\cos(5x)$

2) Trouver une fonction de période $T=\dfrac{3}{4}$

Exercice 10 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T=2$
Tel que : $f(x)=1-x^2 \quad \forall x\in[-1;1]$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-3;3]$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f(0,1)$; $f(-2.5)$; $f(2026,5)$

Exercice 11 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=2x^2-4x+7$

1) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f
2) a) En déduire que : pour tout $x\in\mathbb{R}$ On a : $f(x)>0$

b) En déduire que : pour tout $x\in\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$ On a : $5\le f(x)\le\dfrac{11}{2}$

c) En déduire que : pour tout $x\in[-1;0]$ On a : $7\le f(x)\le 13$

3)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

4)Tracer la courbe représentative de (C_f) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

5) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x)=m$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice 12 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{2x^2+7x+7}{x^2+3x+3}$

1) Déterminer D_f

2) Démontrer que f est minorée par 1.

3) Démontrer que f est majorée par $\dfrac{7}{3}$ .Conclure

Exercice 13 : Soit g une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=4\sin x-3$

Montrer que : g est Bornée.

Solution : On a $\forall x\in\mathbb{R}$: $-1\le\sin x\le 1$ donc $-4\le 4\sin x\le 4$
Donc $-4-3\le 4\sin x-3\le 4-3$
donc $-7\le g(x)\le 1$
Donc : g est donc bornée sur $\mathbb{R}$.

Exercice 14 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{x^2+4x+1}{x^2+1}$

1) Déterminer D_f

2) Montrer que -1 est le minimum de f sur D_f.

Exercice 15 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-4x^2+4x+5$

Montrer que f admet un maximum absolu sur $\mathbb{R}$ dont on déterminera

Exercice 16 : Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x)=\dfrac{1-2x}{x^2}$:

1) Montrer que : f est minorée par -1

2) Soient : $x_1\in\mathbb{R}^*$ et $x_2\in\mathbb{R}^*$ tel que : $x_1\ne x_2$

Monter que : $T(x_1;x_2)=\dfrac{x_1(x_2-1)+x_2(x_1-1)}{x_1^2\times x_2^2}$

3) En déduire les variations de f sur les intervalles : $I=]0,1]$ et $J=[1;+\infty[$ puis dresser son tableau de variation sur $\mathbb{R}^*_+$.

Exercice17 : Soit f une fonction tel que : $f(x)=\dfrac{x-2}{x-1}$

Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1)a) Montrer que (C_f) est une hyperbole et déterminer ces éléments caractéristiques et le tableau de variations de f
b) Tracer la courbe (C_f)

2) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)>0$

3) Soit g une fonction tel que : $g(x)=x^2-2x+3$

a) Montrer que la courbe (C_g) c'est une parabole et déterminer ces éléments caractéristiques et le tableau de variations de g
b) Tracer la courbe (C_g) dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

c) Résoudre graphiquement l'inéquation : $\dfrac{g(x)}{f(x)}>0$

(μ La solution de l'équation : $g(x)=f(x)$ n'est pas demandé de la déterminer)

Exercice 18 : Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ tel que : $f(x)=x^2$ et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
1) Dresser le tableau de variation s de f
2) Déterminer graphiquement : $f([0;1])$; $f(]-\infty;-1])$

Exercice 19 : Soit les fonctions f et g définies par : $f(x)=3x+4$ et $g(x)=\dfrac{1}{x+1}$

1) Déterminer : $D_{g\circ f}$

2) Déterminer : $(g\circ f)(x)$

Exercice 20 : Soit f la fonction f définie sur un intervalle $[0;+\infty[$ tel que : $f(x)=-5x^2+7$
Décomposer la fonction f en fonctions élémentaire et étudier les variations de f

Exercice 21 : Soient f et g deux fonctions définies par : $g(x)=x\sqrt{x}$ et $f(x)=x^2-2x+2$

1) Déterminer D_f et D_g

2) Montrer que : g est croissante sur D_g

3) En déduire que : $g(x)\in[0;1]$ $\forall x\in[0;1]$
4) Donner le tableau de variation de f

5) On considère la fonction h tel que : $h(x)=x^3-2x\sqrt{x}+2$

a) Vérifier que : $h(x)=(f\circ g)(x)$ $\forall x\succ 0$ b) Étudier la monotonie de h dans: $[0;1]$ et $[1;+\infty[$

Exercice 22 : Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x)=\sqrt{x+4}$ et $g(x)=\dfrac{2}{x+1}$

(C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

1) Déterminer D_f et D_g

2) Montrer que : (C_f) et (C_g) se coupent en : $A(0;2)$

3) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

4) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\ge g(x)$

5) On pose : $h(x)=\sqrt{\dfrac{6+4x}{x+1}}$

a) Déterminer D_h

b) Étudier les variations de h dans l'intervalle : $\left]-\infty,-\dfrac{3}{2}\right]$

Exercice 23 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=\left(x-2E\left(\dfrac{x}{2}\right)\right)\left(2E\left(\dfrac{x}{2}\right)-x+2\right)$

1) Calculer : $f(4)$; $f(1)$; $f(-5)$

2) Déterminer D_f

3) Montrer que f est bornée
4) Vérifier que 2 est une période pour la fonction f
5) Donner une expression simple de : $f(x)$ sur l'intervalle : $I_1=[0;2[$

6) Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-2;8]\cap D_f$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

Exercice 24 : Considérons la fonction f définie par : $f(x)=xE\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$

1) Déterminer : D_f

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x)=0$

3) a) Montrer que : $f(x)=x$ si $x\in\left]\dfrac{1}{4};1\right]$

b) Montrer que : $\sqrt{x}-x\le f(x)\le\sqrt{x}$; $\forall x\in]0;1[$

4) Soit $k\in\mathbb{N}^*-\{1\}$

a) Montrer que : $f(x)=(k-1)x$; $\forall x\in\left]\dfrac{1}{k^2};\dfrac{1}{(k-1)^2}\right[$

b) Montrer que : $f(x)=kx$; $\forall x\in\left]\dfrac{1}{(k+1)^2};\dfrac{1}{k^2}\right[$

Exercice 25 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $3E(x)+9=0$ 2) $E(x^2-x+2)-x=1$ 3) $E(\sqrt{x})=E\left(\dfrac{x}{2}\right)$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien